

# UE Séries de fonctions, séries entières, séries de Fourier (MAT 452)



ECTS  
6 crédits



Composante  
Département  
Sciences  
Drôme Ardèche  
(DSDA)



Période de  
l'année  
Printemps (janv.  
à avril/mai)

## Diplômes intégrant cet élément

- Licence Physique

- Langue(s) d'enseignement: Français
- Ouvert aux étudiants en échange: Oui
- Code d'export Apogée: GVX4MT17

## Présentation

### Description

Cet enseignement poursuit l'étude des séries introduites au premier semestre en considérant maintenant des séries de fonctions.

### Objectifs

Objectifs :

- Maîtrise des différentes notions de convergence pour les suites et séries de fonctions en mettant l'accent sur la différence entre la variable de la fonction et celle de la suite ou de la série.
- Comprendre les liens entre la convergence et la transmission des propriétés des éléments de la suite vers la fonction limite.
- Savoir identifier quand est-ce qu'une fonction est la somme de sa série de Fourier ou est développable en série entière.

- Savoir quelles sont les situations dans lesquelles il est possible d'intervertir les limites et l'intégrale ou de dériver sous le symbole intégrale.

---

## Heures d'enseignement

|    |    |     |
|----|----|-----|
| CM | CM | 24h |
| TD | TD | 36h |

---

## Pré-requis recommandés

Un cours similaire à MAT 354 sur les séries et intégrales

---

## Syllabus

- **Chapitre 1** : on commence par introduire la notion de suite de fonction. On parle ensuite des différentes notions de convergence pour ces suites et du lien entre ces différents types de convergence et la transmission de certaines propriétés des éléments de la suite à la fonction limite, comme la continuité, la dérivabilité et l'intégrabilité. On introduit ensuite les séries de fonctions et leur différentes notions de convergence puis on donne les résultats sur la transmission des propriétés qui sont similaires aux suites de fonctions.
- **Chapitre 2** : on commence par introduire la notion de série de Fourier. Lorsqu'elle converge, la fonction somme d'une telle série est donc une fonction. L'objectif principal de ce chapitre est de comprendre quelles sont les restrictions à mettre sur les propriétés d'une fonction pour qu'elle soit la somme d'une série de Fourier. En particulier, on pourra obtenir des résultats de convergence simple ainsi que de convergence normale. Néanmoins, le cadre naturel pour étudier les séries de Fourier est celui des fonctions de carré intégrable. On s'intéresse donc ensuite aux propriétés des espaces préhilbertiens qui permettent d'introduire une notion plus générale de série de Fourier. En spécialisant, on obtient des résultats de convergence au sens  $L^2$  mais aussi d'autres propriétés importantes des séries de Fourier.
- **Chapitre 3** : il s'intéresse aux séries entières, dont les séries de Fourier peuvent être vues comme un cas particulier. On introduit la notion de rayon de convergence pour de telles séries ainsi que celles de disque et de cercle de convergence. On s'intéresse ensuite à la transmission de certaines propriétés dans le disque de convergence. On mentionne ce qu'il peut se passer sur le cercle de convergence. Comme dans la partie sur les séries de Fourier, on se demande alors quelles sont les conditions qu'une fonction doit satisfaire pour qu'elle soit la somme d'une série entière. Ceci permet d'introduire la fonction exponentielle complexe à l'aide de sa série entière et d'en déduire ses propriétés.
- **Chapitre 4** : il revient sur l'intégrale et l'interversion entre les symboles de la limite et de l'intégration en donnant des hypothèses plus générales que précédemment qui permettent cette interversion. On s'intéresse également à la continuité et la dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre avec des applications aux transformations de Laplace et de Fourier.

---

## Compétences visées

- Maîtriser les différentes notions de convergence pour les suites et séries de fonctions en mettant l'accent sur la différence entre la variable de la fonction et celle de la suite ou de la série.
- Comprendre les liens entre la convergence et la transmission de certaines propriétés des éléments de la suite à la limite comme la continuité et la dérivabilité.

- Comprendre les concepts liés aux séries de Fourier et séries entières, notamment les particularités de ces séries.
- Savoir identifier quand est qu'une fonction est somme de sa série de Fourier ou développable en série entière.
- Comprendre les liens entre convergence des suites et séries de fonction et intégrabilité.
- Savoir passer à la limite sous le signe intégrale et dériver sous le signe intégrale pour les intégrales dépendant d'un paramètre.

---

## Bibliographie

- Analyse : rappels de cours, exercices et problèmes avec corrigés détaillés, fiches de révision / Maurice Gaultier, Dunod 2008
- Mathématiques tout en un pour la licence, Niveau L2. Dunod. (2007), J. P. Ramis, A. Warusfel

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

**GUILLAUME IDELON RITON**

✉ [guillaume.idelon-riton@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:guillaume.idelon-riton@univ-grenoble-alpes.fr)

Gestionnaire de scolarité

**Scolarité DSDA**

✉ [valence-sciences-scolarite@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:valence-sciences-scolarite@univ-grenoble-alpes.fr)

---

### Lieu(x) ville

➤ Valence

---

### Campus

➤ Valence - Briffaut